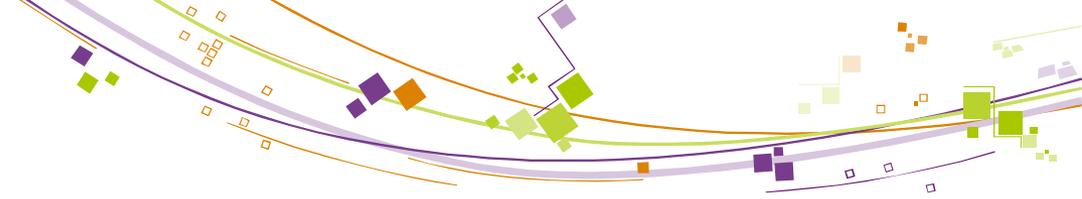


Segmentation d'image par approche globale

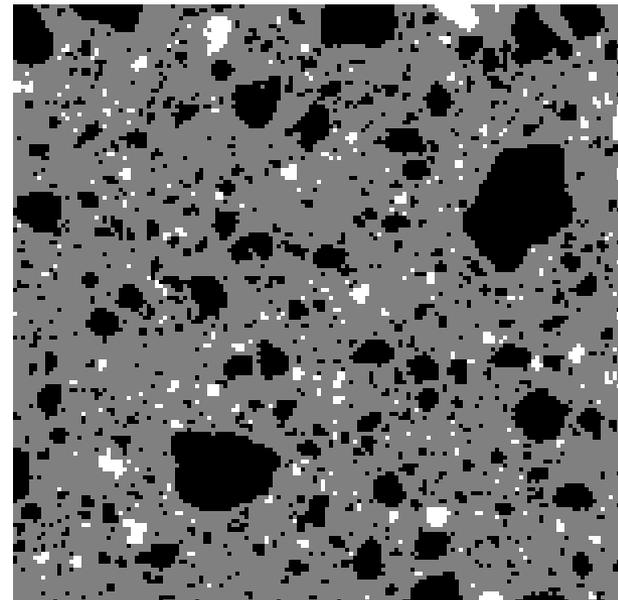
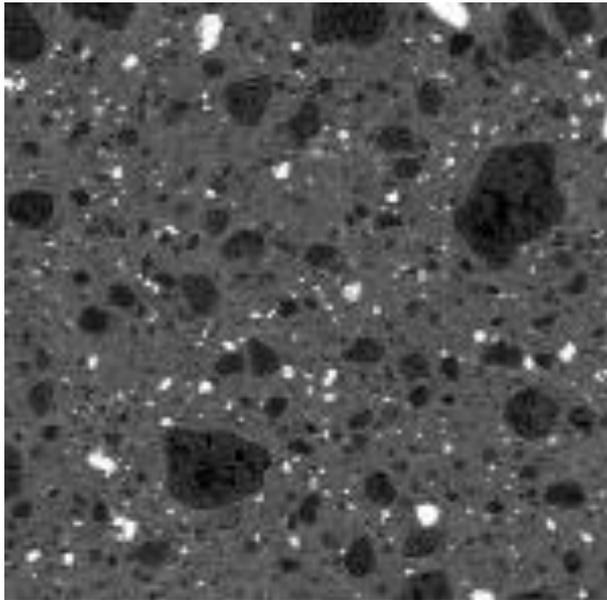
Segmentation basée sur l'histogramme

M Moreaud
maxime.moreaud@ifpen.fr



Ce que l'on va aborder pendant ce cours...

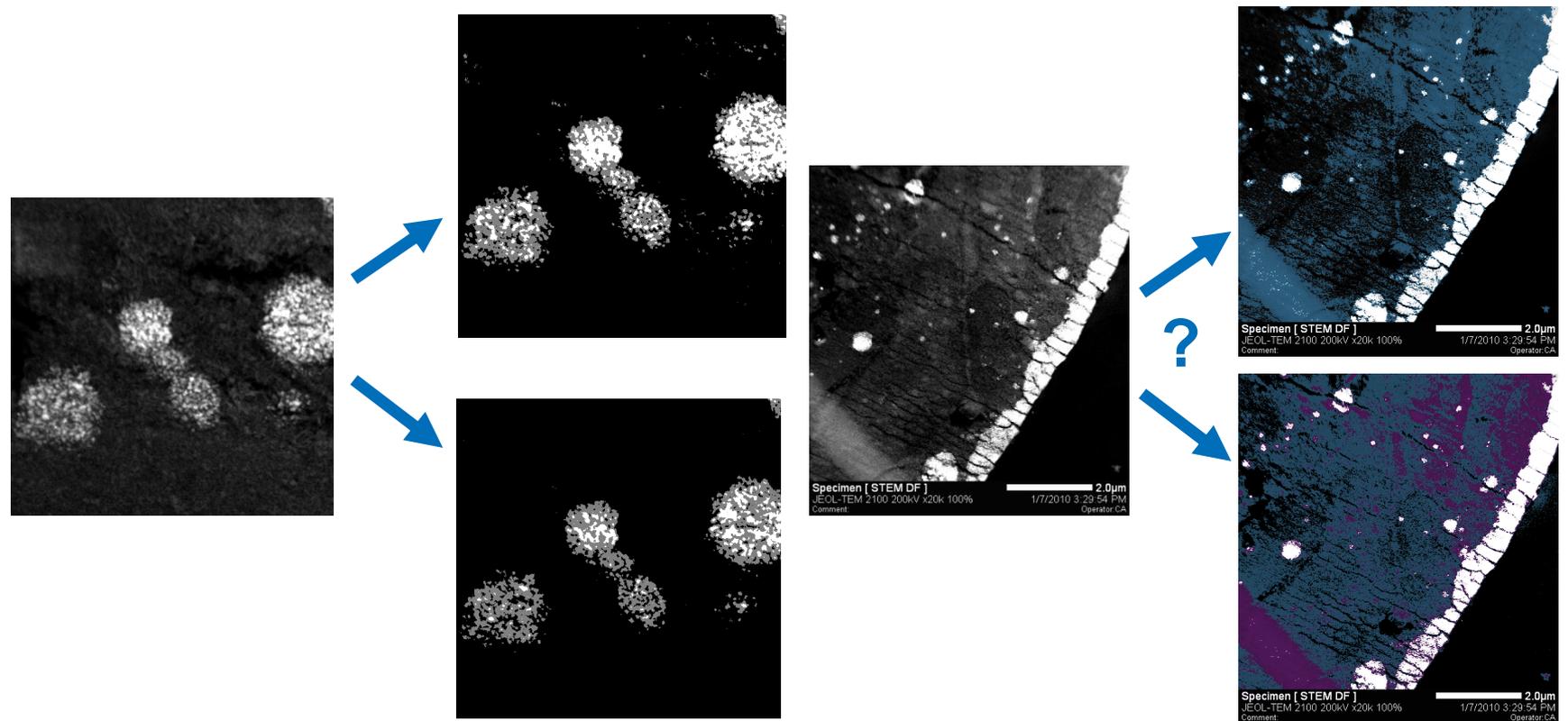
Simplification d'une image, segmentation ...



Gestion des histogrammes : nvg 8bits, 12bits...,
couleur... autre...

Ce que l'on va aborder pendant ce cours...

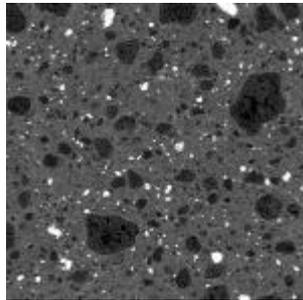
Différents critères pour segmenter un histogramme... Choix du nombre de classes...



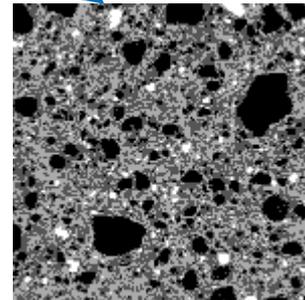
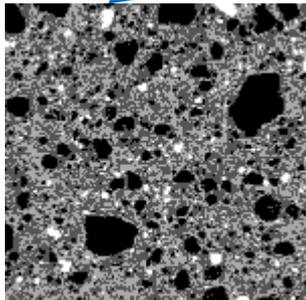
Ce que l'on va aborder pendant ce cours...

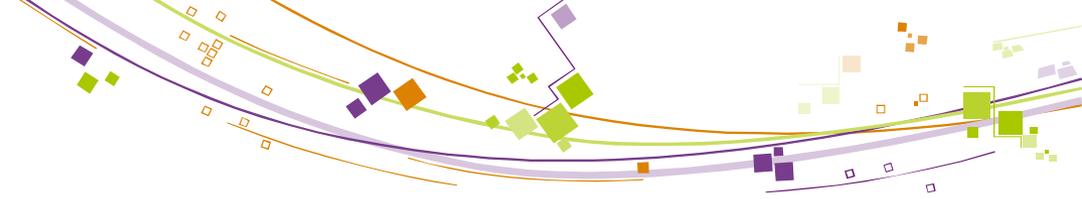
Approche itérative pour la segmentation en n classes (temps de calcul acceptable)...

MVI classique
4 classes
10 s.



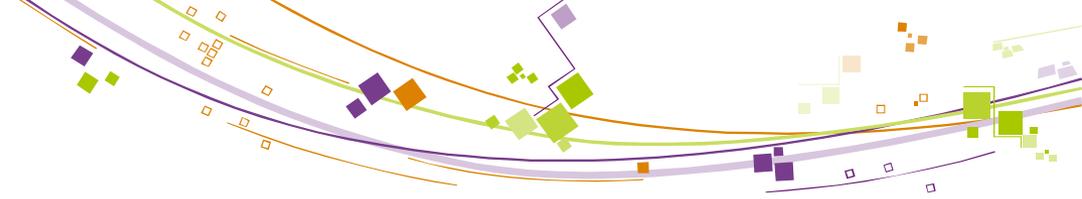
MVI itératif
4 classes
< 1 s.





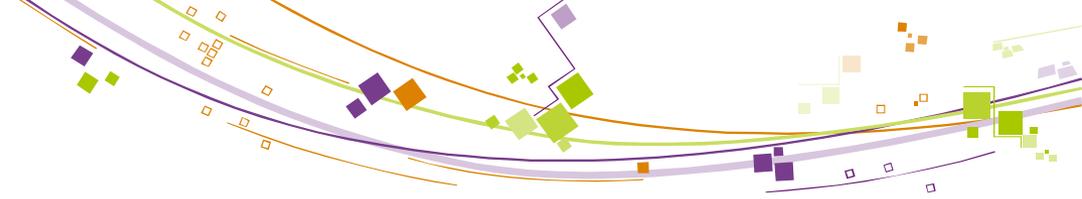
Plan

- **Définition de l'histogramme**
 - Classique niveaux de gris 8 bits
 - Images nvg 12 bits, 16 bits...
 - Images couleurs, multi spectrale...
 - Pour être plus général...
- **Quelques critères de segmentation d'histogramme**
 - Maximisation de la variance interclasse
 - Entropie, entropie floue
 - K-moyennes
 - Morphologie mathématique
- **Pour aller plus loin**
 - Sélection automatique du nombre de classe
 - Approches itératives pour la segmentation en n classes



Définition

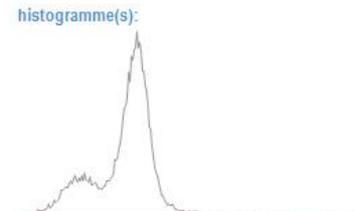
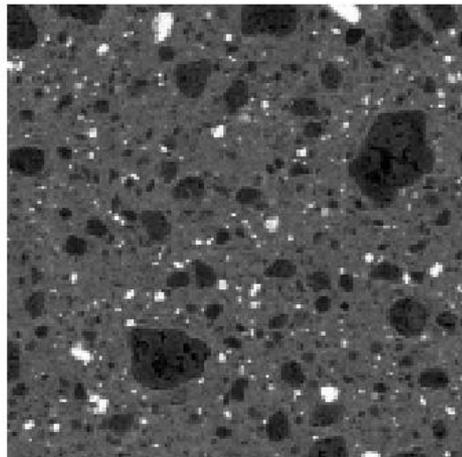
- Définition de l'histogramme
 - Classique niveaux de gris 8 bits
 - Images nvg 12 bits, 16 bits...
 - Images couleurs, multi spectrale...
 - Pour être plus général...



Histogramme : définition

Image nvg 8 bits

- Intensité i de 0 à 255
- Histogramme $h(i)$: nb pixels ayant une intensité i





Gestion des images nvg > 8bits

Classiquement : 10 bits, 12 bits, 16 bits

- Ce rencontre fréquemment (images MET, MEB, radar, multi spectrale...)
- En règle général :
 - définition de classes regroupant les intensités, sinon peu d'intérêt : pour image de taille standard (1024^2), peu de chance d'observer des regroupement significatifs ($\text{histo}(x) < \text{valeur significative pour tout } x$). L'histogramme ne simplifie plus l'information portée par l'image
 - Création des classes puis se gère comme les images nvg 8bits
- Problèmes :
 - Tailles et nombres des classes?
 - Classes de tailles constantes ?



Gestion des images couleurs

Classiquement au format RGB

- Ce rencontre fréquemment (photos, vidéo, microscopie optique...)
- Problème : il n'y a pas d'ordre total...
- Solutions : création d'un pseudo-ordre ou transformation dans un espace avec ordre (avec perte d'information)
 - Ordre lexicographique
 - Ne garder qu'un seul canal (R, G ou B)
 - Projection sur axe principal
 - Passage en LTS ou autre (Lab...) et utilisation d'une seule dimension de l'espace

Problèmes similaires pour images multi-spectrales

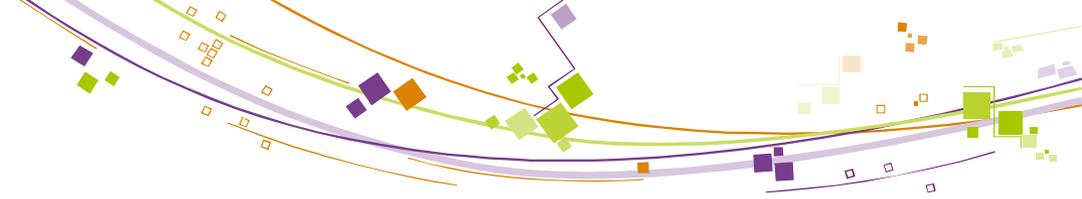


Pour être plus général...

Histogramme : simplification info 2D vers 1D

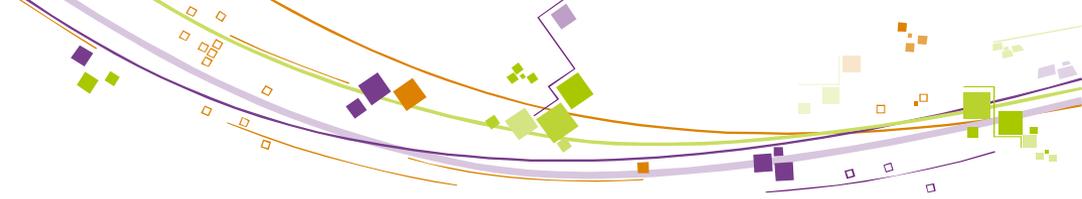
- On peut utiliser d'autres critères que l'intensité pour créer un histogramme:
 - Moyenne ou écart type local (sur un voisinage de taille fixé)
 - Orientations locales *
 - Résidus d'ouvertures morphologique (Top Hat automatique)*
- Calculer n histogrammes et utiliser la combinaison des n segmentations des histogrammes

- D Jeulin, M Moreaud, Segmentation of 2D and 3D textures from estimates of the local orientation, Image Anal Stereol 2008; 27:183-192
- P Soille, Morphological Image Analysis, Principles and applications, Second Edition, Springer, 2002



Critères

- Quelques critères de segmentation d'histogramme
 - Maximisation de la variance interclasse
 - Entropie, entropie floue
 - K-moyennes
 - Morphologie mathématique



Notations

Cas des images nvg sur 8 bits

h_f histogramme de l'image f définie sur D , application de $[0; 256[$ dans \mathbb{N} définie par :

$$\forall i \in [0;256[\quad h_f(i) = \text{card}\{x \in D, f(x) = i\}$$

$N(f)$: effectif de l'image (nb total de pixels de f)

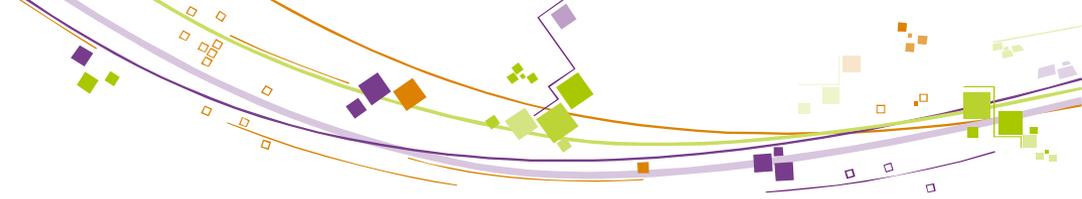
$M(f)$: moyenne de l'image

$$M = \frac{\sum_{i=0}^{255} h(i) \cdot i}{\sum_{i=0}^{255} h(i)}$$

s seuil de h défini 2 classes :

$$C_0^s(f) = \{x \in D, f(x) \leq s\}$$

$$C_1^s(f) = \{x \in D, f(x) > s\}$$



Notations

Cas des images nvg sur 8 bits

On associe, pour ces 2 classes

son effectif	$N_0^s(f) = \sum_{i=0}^s h(i)$	$N_1^s(f) = \sum_{i=s+1}^{255} h(i)$
sa moyenne	$M_0^s(f) = \frac{\sum_{i=0}^s h(i) \cdot i}{N_0^s(f)}$	$M_1^s(f) = \frac{\sum_{i=s+1}^{255} h(i) \cdot i}{N_1^s(f)}$
sa probabilité	$p(C_0^s(f)) = \frac{N_0^s(f)}{N}$	$p(C_1^s(f)) = \frac{N_1^s(f)}{N}$



Maximisation de la variance interclasse

M.V.I.*

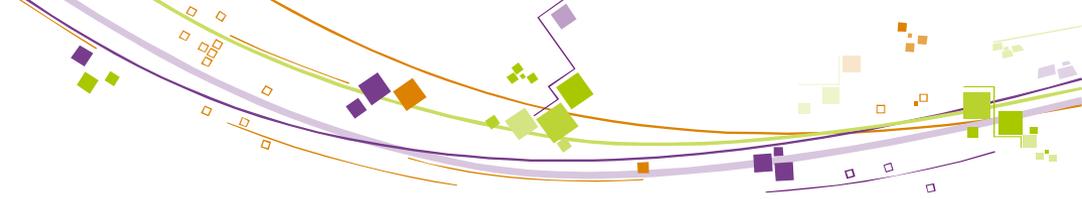
■ Historique

- Outil utilisé par les statisticiens pour connaître le degré de séparation de 2 ou plusieurs sous populations obtenues à partir d'un même ensemble de témoins : la variance interclasse
- A rapprocher de la variance mesurant la dispersion d'une même population autour de sa moyenne

■ Principe

- Pour chaque seuil
 - Création de 2 classes
 - Calcul de la variance interclasse
- Sélection du seuil maximisant la variance interclasse

- N Otsu : Threshold selection method from gray-level histogram, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics 9 1 (1979) 62–66



Maximisation de la variance interclasse

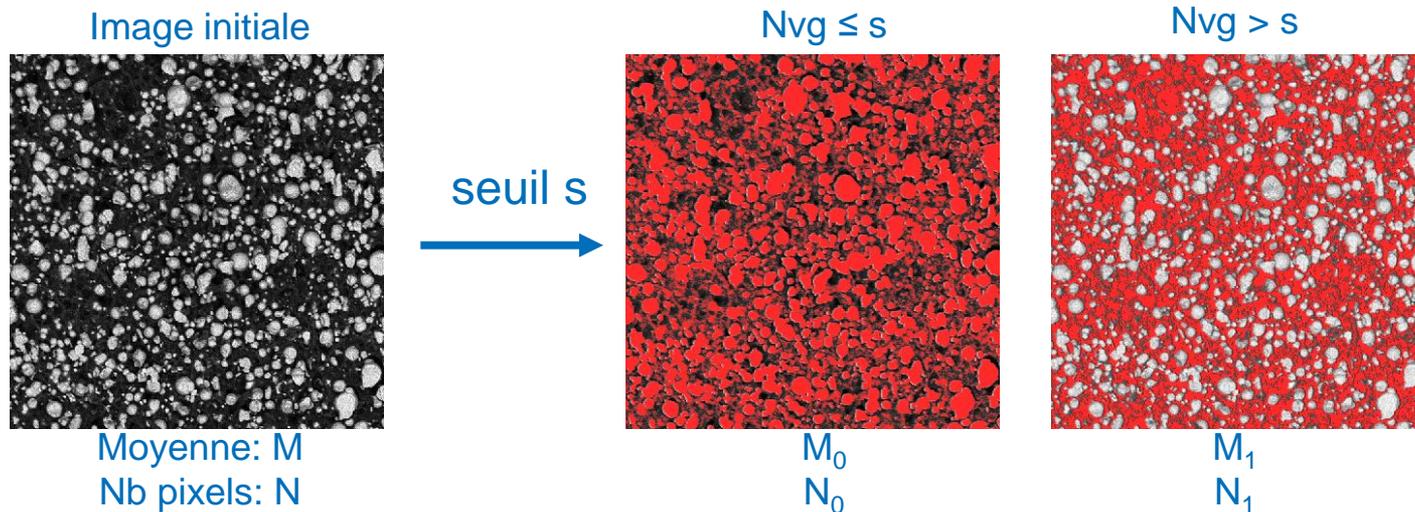
■ Méthode :

- Choix d'un seuil s entre 0 et 255
- Calcul de la variance interclasse $V(s)$ associé au seuil :

$$V(s) = p(C_0^s)(M_0^s - M)^2 + p(C_1^s)(M_1^s - M)^2$$

- On retient le seuil s_0 tel que :

$$V(s_0) = \text{Max} [V(s)]$$

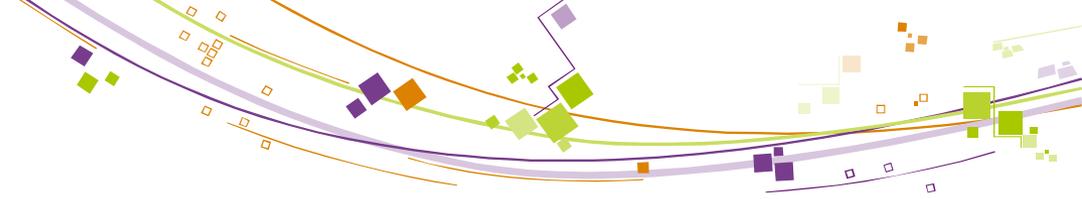




Maximisation de la variance interclasse

- +
 - Facilité de mise en œuvre
 - Large spectre applicatif
 - Extension au multi-seuillage (n seuils) mais temps de calcul important...

- -
 - Inadéquation à la détection de petites classes (pondération par probabilité des classes puis maximisation...)
 - Inadéquation à des classes présentant des écarts types très différents (surestime la classe de faible écart type)



Maximisation de la variance interclasse

Compléments

■ Accélération

- $V(s)$ atteint son maximum en même temps que *

$$N_0^s N_1^s (M_0^s - M_1^s)^2$$

- MVI conduit à un seuil vérifiant * s_0 milieu de $[M_0^{s_0}; M_1^{s_0}]$

→ accélération par dichotomie

■ Correction pour des classes présentant des écarts très différents

- Mahalanobis *: approche dichotomique en prenant

$$\frac{s - M_0^s}{\sigma_0^s} \quad \frac{M_1^s - s}{\sigma_1^s}$$

- K Fukunaga, Introduction to Statistical Pattern Recognition, Second Edition, Academic Press, 1990
- R Zeboudj, Du prétraitement à l'analyse d'image, Thèse, Univ. Saint Etienne, 1988

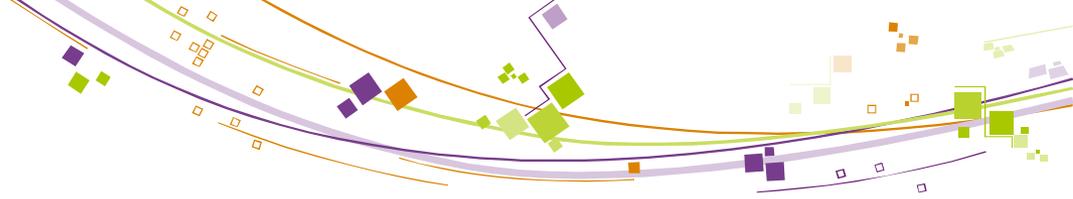


Nuées dynamiques*

■ Principe

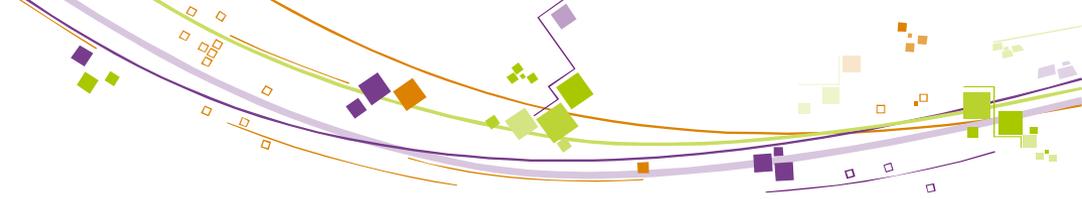
- Partition en K classes, chaque classe est représenté par son centre
- On choisit s au hasard et on calcul les moyennes des 2 classes
- On calcule un nouveau s , milieu des moyennes des 2 classes
- On réitère jusqu'à convergence (obtention du même seuil pour 2 itérations successives)

• E. Diday, Une nouvelle méthode en classification automatique et reconnaissance des formes. La méthode des nuées dynamiques, Revue de Statistiques appliquées, vol. 20, 2:19-33, 1971



Nuées dynamiques

- +
 - Rapide
 - Adapté au multi-seuillage (n seuils)
 - Large spectre applicatif
- -
 - Même points négatifs que MVI (inadéquation à la détection de petites classes ...)
 - Dépendance partielle du choix du ou des germes initiaux



Maximisation de l'entropie*

■ Principe semblable à MVI

- On cherche à maximiser :

$$E(s) = - \sum_{i=0}^s p(i / C_0^s) \log[p(i / C_0^s)] - \sum_{i=s+1}^{255} p(i / C_1^s) \log[p(i / C_1^s)]$$

$$E(s) = - \sum_{i=0}^s \frac{h(i)}{N_0^s} \log \left[\frac{h(i)}{N_0^s} \right] - \sum_{i=s+1}^{255} \frac{h(i)}{N_1^s} \log \left[\frac{h(i)}{N_1^s} \right]$$

- On retient s_0 tel que:

$$E_{s_0} = \text{Max}(E_s)$$

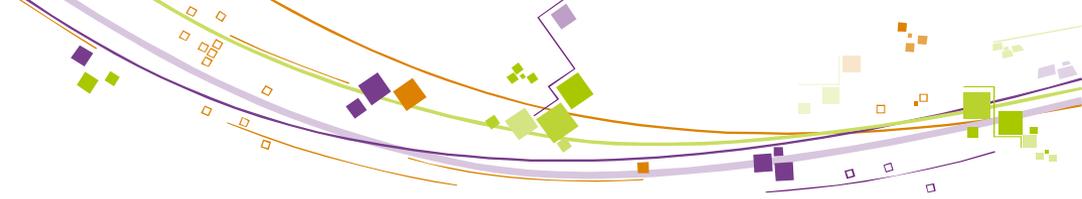
- Termes en $-p \cdot \log(p)$: liés à la théorie de l'information, un événement est d'autant plus porteur d'information qu'il est rare, c'est-à-dire de faible probabilité

- T Pun, Entropic Thresholding : A new approach, Computer, Graphics and Image Processing, 16:210-39, 1981
- J Kapur, P Sahoo, A Wong, A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram, Computer vision, graphics, and image processing 29:273-85, 1985



Entropie

- +
 - Facilité de mise en œuvre
 - Adapté à la détection de petite classe
 - Extension au multi-seuillage (n seuils) mais temps de calcul important...
- -
 - Spectre applicatif restreint
 - Pas d'accélération possible



Entropie floue*

« appartenir plus ou moins à un ensemble »

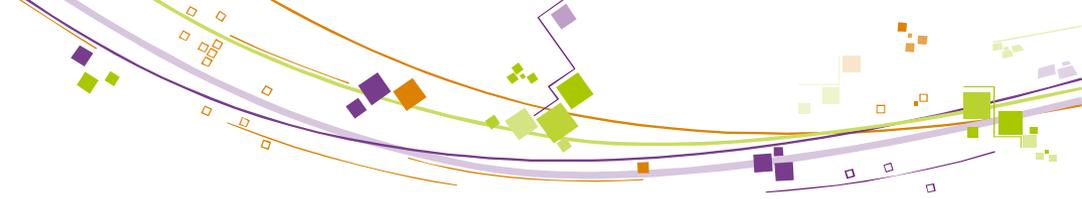
■ Mesure d'appartenance à un ensemble

- Ensemble flou X : pixels de l'image f et pour chaque pixel, mesure d'appartenance ou mesure de « flou » du pixel
- Pour un seuil s , on définit deux classes, et on peut calculer une mesure d'appartenance M_x d'un pixel x à une classe par :

$$M_x(x) = \frac{1}{1 + \frac{|x - M_0^s|}{C}} \text{ si } x \leq s \qquad M_x(x) = \frac{1}{1 + \frac{|x - M_1^s|}{C}} \text{ si } x > s$$

C est une constante telle que $1/2 \leq M_x(x) \leq 1$

• L Huang and M Wang, Image thresholding by minimizing the measures of fuzziness, Pattern Recognition A. 28 1:41-51, 1995



Entropie floue*

Mesure d'entropie sur l'ensemble flou (pixels – mesure d'appartenance)

- Calcul de l'entropie pour un ensemble flou X
 - Basée sur le fonction de Shannon* S:

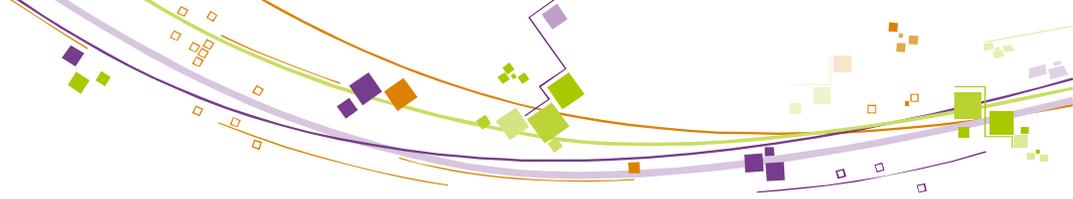
$$E(X) = \frac{1}{N \ln 2} \sum_{i=0}^{L-1} S[M_x(i)] h(i)$$

$$S[x] = -x \ln[x] - [1 - x] \ln[1 - x]$$

- On retient le seuil s_0 tel que :

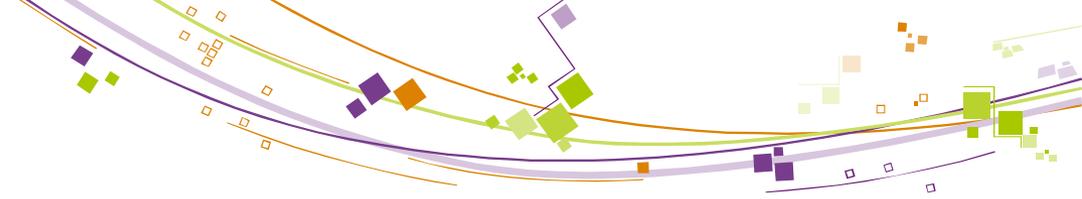
$$E_{S_0}(X) = \text{Min}[E_s(X)]$$

• A Deluca, S Termini, A definition of a non-probabilistic entropy in the setting of fuzzy set theory, Int. Control 20:301-12, 1972



Entropie floue

- +
 - Adapté à la détection de petite classe
 - Résultat différent de seuil par entropie
 - Extension au multi-seuillage (n seuils) mais temps de calcul important...
- -
 - Spectre applicatif restreint
 - Pas d'accélération possible



Morphologie mathématique

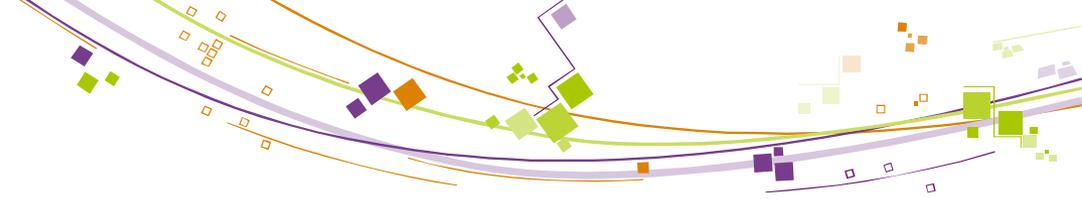
Pics de l'histogramme

■ Détection des h-maxima (maxima locaux de hauteur h)

■ Filtrage morphologique par ouverture de contraste avec un décalage h^*

- f et g , fonctions numériques de \mathbb{R}^d dans \mathbb{R} avec $g \leq f$
- Dilatation géodésique unitaire de g dans f : $\delta_f(g) = \inf(g + B, f)$
- Dilatation géodésique de taille n : $\delta_{f,n}(g) = \delta_f^{(n)}(g) = \underbrace{\delta_f(\delta_f \dots (\delta_f(g)))}_{n \text{ fois}}$
- Ouverture morphologique par reconstruction de g dans f (supremum des dilatations géodésiques de g dans f) :

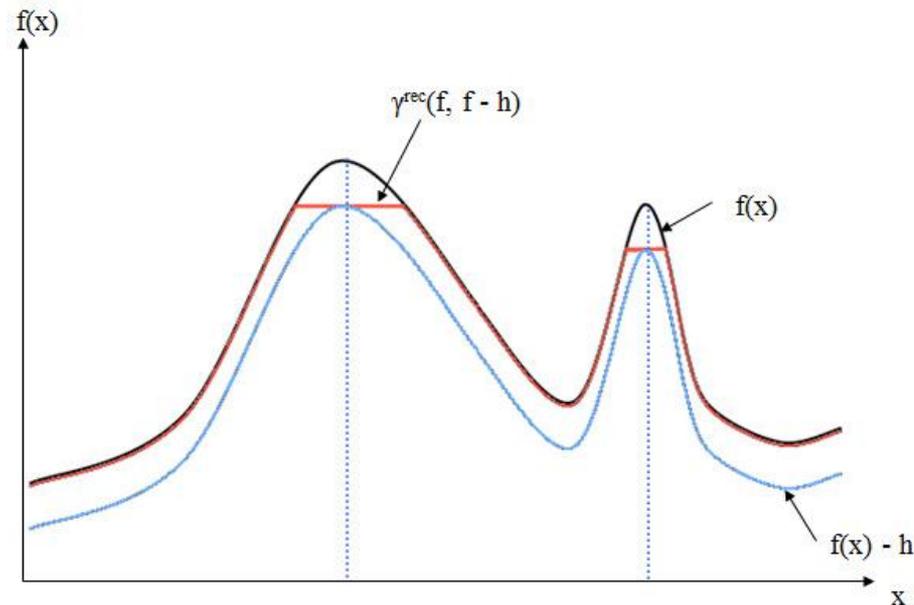
$$\gamma^{\text{rec}}(f, g) = \left\{ \delta_f^{(n)}(g), n > 0 \right\}$$

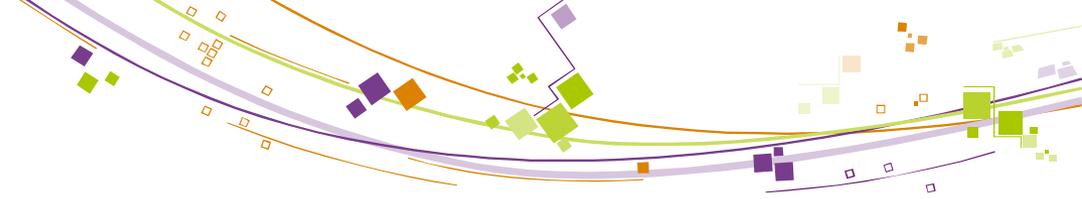


Morphologie mathématique

- **Détection des h-maxima (maxima locaux de hauteur h)**
 - Ouverture de contraste : positions des pics p_i de hauteur minimale h

$$p_i = x_i \mid f(x) - \gamma^{\text{rec}}(f, f - h)(x) = h$$



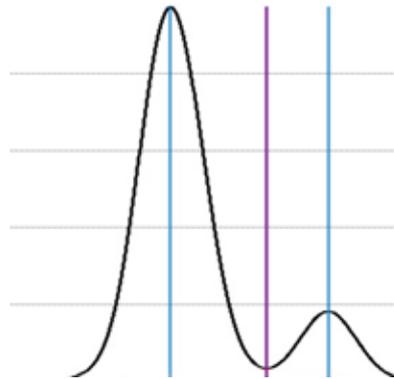


Morphologie mathématique

Seuils

- Minima entre pics

$$s_i = x_i | f(x_i) = \underset{x \in [p_{i-1}; p_i]}{\text{Min}} (f(x))$$





Ouverture de contraste

■ +

- Bonne détection si des vallées sont visibles, peut détecter les petites classes
- Peut être combiné avec un pré filtrage de l'histogramme

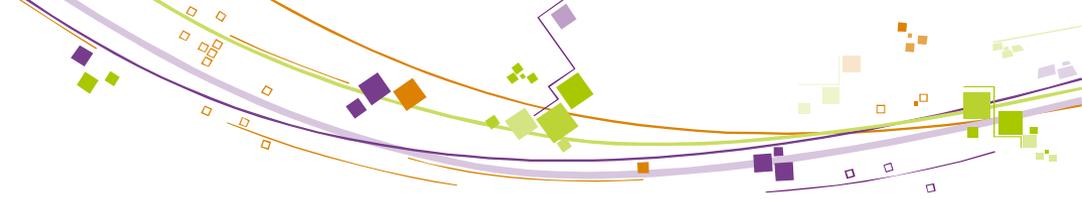
■ -

- On peut difficilement imposer le nb de classes recherchées
- Dépendance à la forme de l'histogramme (nécessaire présence de « vallées »)



Nb classes, méthodes itératives

- Pour aller plus loin
 - Sélection automatique du nombre de classe
 - Approches itératives pour la segmentation en n classes



Détermination automatique du nombre de classe

Critère d'uniformité*

- On considère n segmentations en m seuils
- Pour chaque segmentation, calcul d'un critère d'uniformité à partir de l'ensemble de m seuils
- On garde la segmentation donnant le critère d'uniformité le plus élevé

• P. Yin, L Chen : A fast iterative scheme for multilevel thresholding methods, Signal Processing A 60 3:305-13, 1997



Critère d'uniformité

$$U = 1 - 2N \frac{\sum_{j=0}^N \sum_{i \in R_j} (f_i - \mu_j)^2}{S(f_{\max} - f_{\min})^2}$$

- **N** : nb. seuils
- **R_j** : région segmentée j
- **f_i** : nvg du pixel i
- **μ_j** : moyenne en nvg de la région segmentée j
- **S** : nb de pixels de l'image
- **f_{max}** et **f_{min}**, nvg maximum et minimum de l'image



Approche itérative : segmentation en n classes

Approche dichotomique

- **Segmentation en 2^n classes :**
 - Estimation d'un premier seuil par une méthode de seuillage à 2 classes (MVI, entropie...)
 - Pour chaque classe précédemment obtenue, utiliser la même méthode de seuillage pour détecter un nouveau seuil
 - Recommencer l'étape précédente jusqu'à obtenir le nb de seuils approprié



Approche itérative : segmentation en n classes

Approche itérative*

- Utilisation : pour toute méthode de segmentation optimale en 2 classes (MVI, entropie, entropie floue...)
- Principe :
 - Considérons n seuils
 - Chaque seuil est ajusté indépendamment en considérant une segmentation en 2 classes
 - Une fonction objectif est calculée avec les nouveaux seuils
 - On s'arrête si le résultat de la fonction objectif est moins bon, sinon on itère

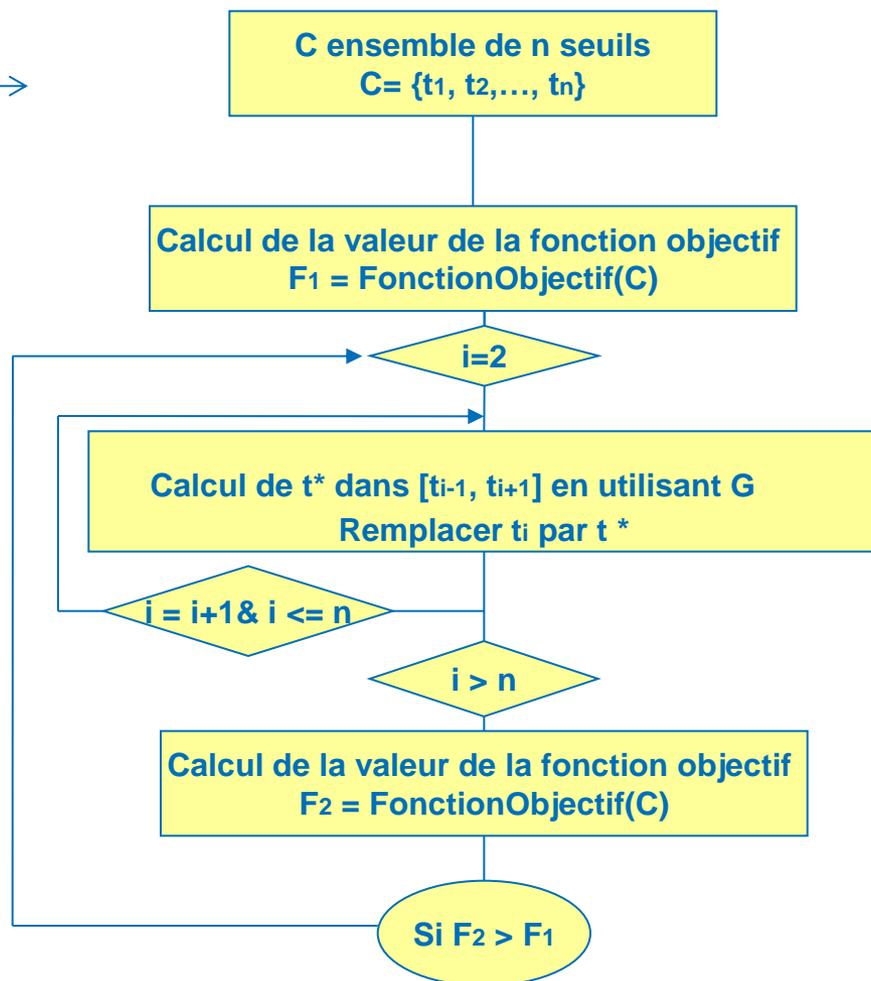
• P. Yin, L Chen : A fast iterative scheme for multilevel thresholding methods, Signal Processing A 60 3:305-13, 1997

Schéma itératif



G : méthode de seuillage optimale en 2 classes

FonctionObjectif : fonction objectif associée à **G**





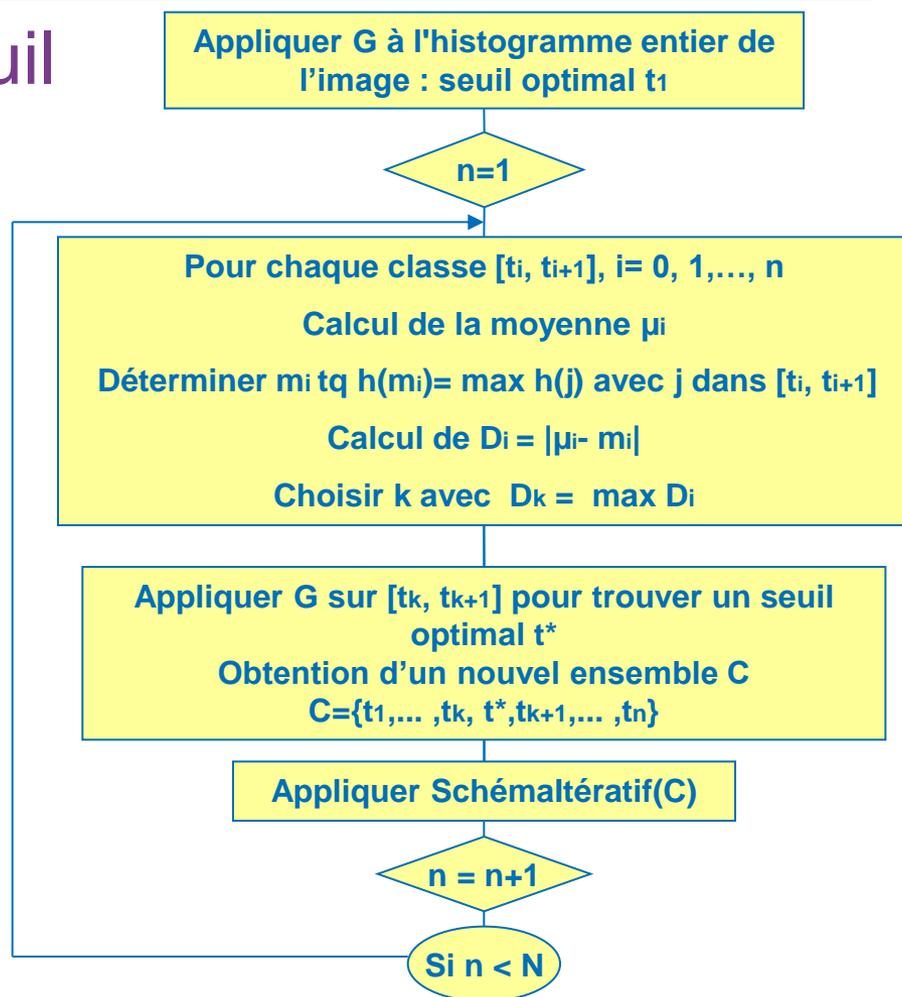
Initialisation du schéma itératif

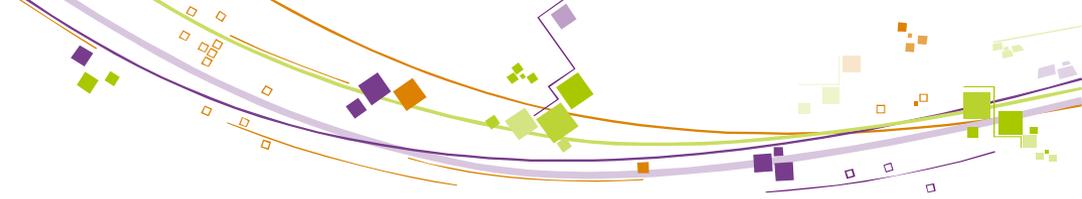
- Initialisation : segmentation en $n+1$ classes
- Problème : comment obtenir les n seuils initiaux?
- Solution :
 - Création d'une hiérarchie de seuils à partir d'une segmentation optimale en 2 classes
 - L'initialisation d'un seuil niveau k est basée sur les seuils de niveau $(k-1)$

Approche itérative : segmentation en n classes

Ajout d'un nouveau seuil

N: nombre de seuils voulu





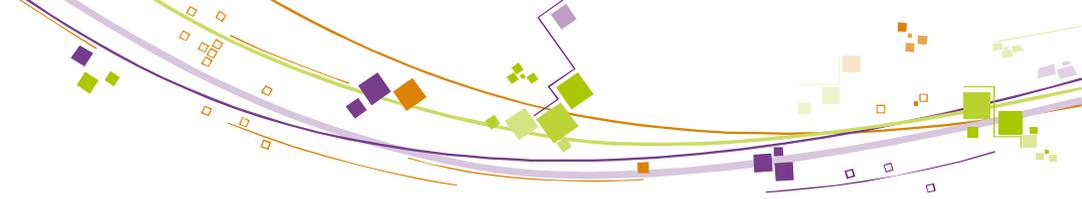
Approche itérative Fonction objectif

■ MVI

$$G = \sum_{j=1}^n \frac{\sum_{i=t_{j-1}}^{t_j} h(i)}{N} \left(\frac{\sum_{i=t_{j-1}}^{t_j} h(i) \cdot i}{\sum_{i=t_{j-1}}^{t_j} h(i)} - M \right)^2$$

■ Entropie

$$G = \sum_{j=1}^n \left[- \sum_{i=t_{j-1}}^{t_j} \frac{h(i)}{\sum_{i=t_{j-1}}^{t_j} h(i)} \log \left[\frac{h(i)}{\sum_{i=t_{j-1}}^{t_j} h(i)} \right] \right]$$



Approche itérative Fonction objectif

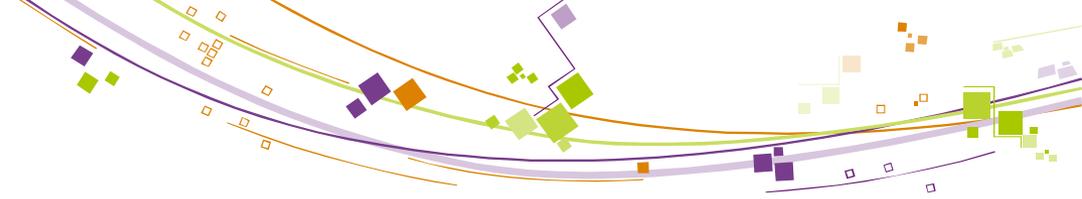
■ Entropie floue

$$G = \frac{1}{N \ln 2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=t_{j-1}}^{t_j} S[M_X^j(i)] h(i)$$

$$S[x] = -x \ln[x] - [1-x] \ln[1-x]$$

$$M_X^j(x) = \frac{1}{1 + \frac{x - \frac{\sum_{i=t_{j-1}}^{t_j} h(i) \cdot i}{\sum_{i=t_{j-1}}^{t_j} h(i)}}{C}} \quad \text{si } x \in [t_{j-1}; t_j]; 0 \text{ sinon}$$

C est une constante telle que $1/2 \leq M_X(x) \leq 1$



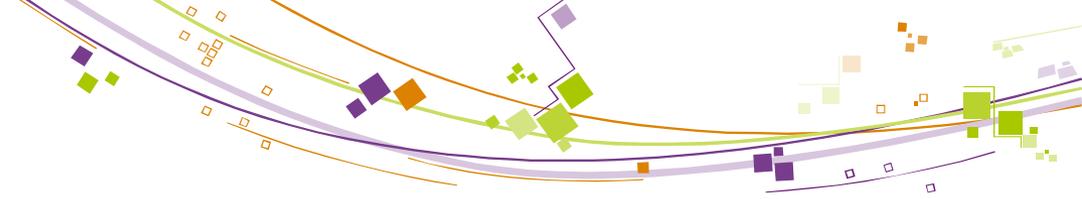
TD

- Tests de différentes méthodes de segmentation et comparaison quantitative



Comparaison globale d'image

- PSNR: Peak Signal to Noise Ratio et erreur quadratique moyenne
- UIQ: Universal Image Quality Index
- SSIM: Structural Similarity Based Image Quality



PSNR

Mesure de distorsion entre 2 images x et y

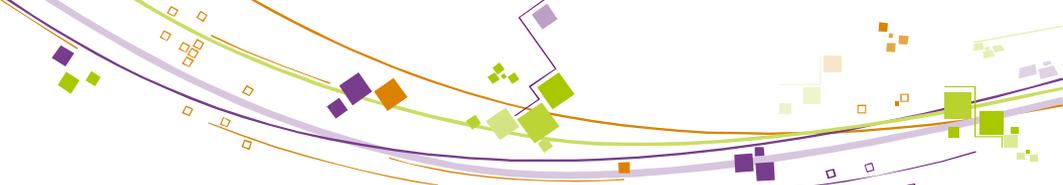
$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \left(\frac{d^2}{\text{EQM}} \right)$$

d: dynamique de x et y
x et y ont le même support spatial D

- Utilise le calcul de l'erreur quadratique moyenne entre 2 images

$$\text{EQM} = \frac{1}{N} \sum_{i \in D} (x(i) - y(i))^2$$

- Plus PSNR est grand, plus x et y sont semblables



UIQ*

Universal Image Quality Index

- Modélisation des distorsions entre 2 images x et y comme une combinaison de trois facteurs :

la perte de corrélation [-1,1]

la distorsion de luminance [0,1]

la distorsion de contraste [0,1]

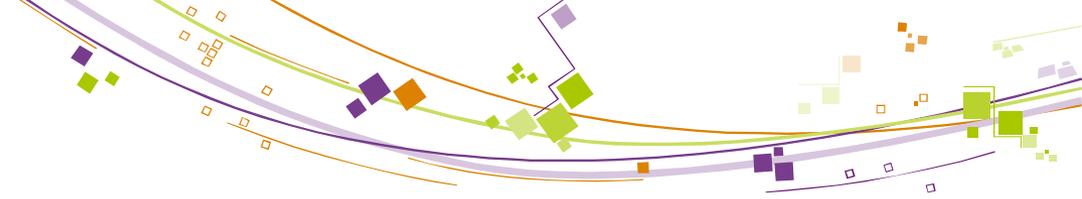
$$Q = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \frac{2\bar{x}\bar{y}}{(\bar{x})^2 + (\bar{y})^2} \frac{2\sigma_x \sigma_y}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

- Q varie entre -1 (mauvaise correspondance) et 1 (bonne correspondance)



SSIM*

Structural Similarity Based Image Quality

- Mesure de similitude entre 2 images x et y:

$$SSIM(x,y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}$$

C1, C2: constantes

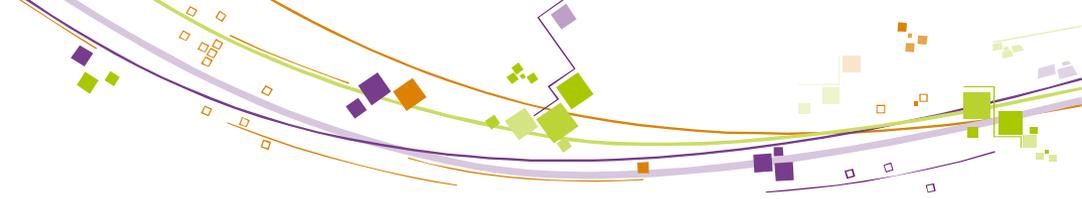
$$\mu_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x)^2$$

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)$$

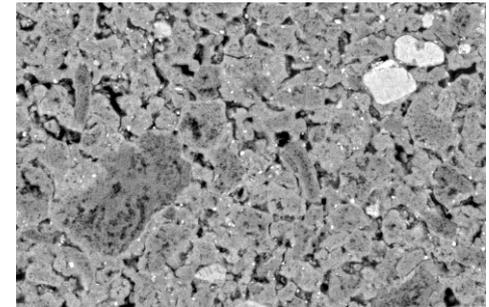
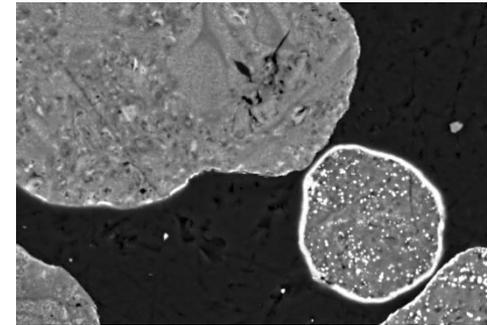
Ecart-type : utilisé comme estimation du contraste du signal

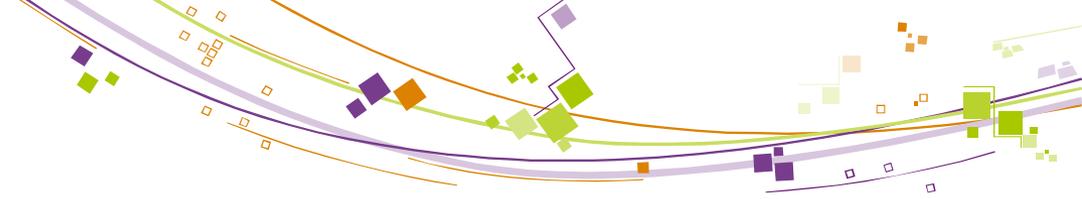
- SSIM varie entre 0 (mauvaise correspondance) et 1 (bonne correspondance)



TD

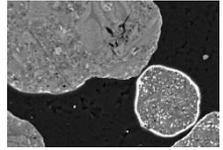
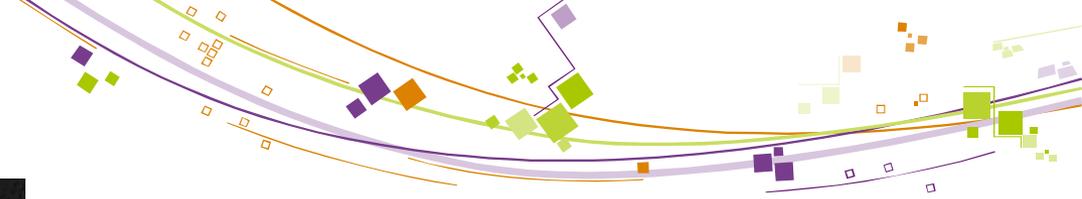
- Pour les 2 images suivantes :
- Comparer les images segmentées avec les images initiales pour les différentes méthodes de segmentation présentées pendant le cours
 - MVI
 - Entropie
 - Entropie floue
 - Morphologie mathématique
 - Nuée dynamique
- Quelle est la meilleure méthode ?





TD

■ Résultats

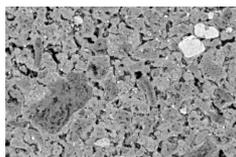


Résultats TEST1

Méthode de segmentation	Otsu	Entropie	Entropie Floue	K-moyennes	Morpho Maths
Classique	77, 172	146, 192	71, 129	77, 172	54, 222
Itérative(3 classes)	76, 154	156, 202	71, 126	77, 172	54, 222
PSNR	23.132770	14.755905	18.606670	23.859254	22.022905
UIQ	0.944121	0.485107	0.887658	0.953884	0.941536
SSIM	0.944694	0.492152	0.888497	0.954351	0.942032

Seuillage perception
70
169

- Max: L'image segmentée construite sur les niveaux de gris maximal de chaque classe
- Moyenne: L'image segmentée construite sur les niveaux de gris moyens de chaque classe



Résultats TEST2

Méthode de segmentation	Otsu	Entropie	Entropie Floue	K-moyennes	Morpho Maths
Classique	90, 158	112, 196	111, 158	92, 160	4
Itérative(3 classes)	97, 158	112, 196	121, 161	92, 160	4
PSNR	19.291869	20.351543	18.833996	19.411286	14.793594
UIQ	0.866668	0.866884	0.852037	0.865557	0.311281
SSIM	0.868076	0.868598	0.853565	0.867001	0.325589

- Max: L'image segmentée construite sur les niveaux de gris maximal de chaque classe
- Moyenne: L'image segmentée construite sur les niveaux de gris moyens de chaque classe

Seuillage perception
105
203



Innovater les énergies

www.ifpenergiesnouvelles.fr